

Department of Mathematics and Statistics

Preprint MPS-2014-18

18 December 2014

The Error of Representation:
Basic Underp0-Bndinl3(B)03g 7T1

! ! ! ! . #!	, ; ! ! !
! ! ! . / ! ! !!	! ! ! ! #! !,!, +
!! + ! ! ,	,!,!0 # !
< =/ &/ \$: - !	)1 . / . ! ! !
, +. ! ! + !	! ! : 2 ! !
! +! !, , ! .	+! , ! +!, ,
.!+ ! . ! !	! ! ! !
!!	
! ! 9 ! !. /,	# , + #!

!! !! ++! !, !! !# + . + , !! ,
 ! # 5A ! + , ,.!!!
 !! +, 2 ! # , ! +! ! ! . 5/ .!!!
 #! ! +! ++ ,! ! , .!!!
 +! +, ,! + ! + ! 0 # ! 1
 - . !!!!! ! # , +, !!! // ! 2
 .! . ! !! ,! ! ! # 0!! ! 1
 ++ !. !!!, ! ! ! +! + ! ! ,#! , +
 !. ! ,! !! ! - . ! ! , ! !
 0 , 1 +! !! # ! +
 !! ! !, !! ! . ! ! ! . !
 ! ,! ! !, !! ! ! + ! !! ! %, ! !.
 ! 3 #! ! ! ! ! ! ! , ! !!!!!
 . . ! + !! !, 4,
 + + + + !! !# + ++
 : . ., / ! ! ,! !! . !+ ! !
 !. ! ! ! ! + ! ! 2 !! !!!! !
 ,!+ ! + ! ! ,! ! ! +! !, !! + ! !
 ! # ! ! , !!!!! ! ! !, !! !,
 ! A . ! +! . . ! + . !# !
 ! # ! ! ! , ,! ! ! +! !, !! / ! !!
 ! !! . ! 0 # , 1.!!! + . + !
 ! !!!!! !, !! #! ! ! ! ! ! + ! + . + !
 ! 871(-)6.70724()7.12088(-)3.14743(!)3!!2 !! ! 4,

" , +! ! ! ! ! ! B!! ! # + C +! + !
+, ! 2! ,5 !
- ! 4, + #5 ! ! % & ' !!! !/ ! ,
! \$D E % 9! & !5 , +, ! + ! .
, ! ! 2 ! 0 #2 1.!!! !, ! . +
' - A . !!! ,! ! .. !
! ! : !.. , !!!!! !, !
! , + ! # ! ! \$ +2 !!
3 , . ! ! ,! \$! !!!!! ! ! ,!
!#!!! ,#! ;! ! ! + ! + !! . !!! !
!!! ! ! !! \$. , .. + !!! B+ ! # C !
! ! ! ,# ,!! , , +, . .
! !!!!! +! !!!!!+ !
- # !#! \$D !+ ! , #3 @ , A

% % 0 1

. D /

(% % % (| % 0 1
 . ! (\$! ! ! + ! ! ! , ! , # ! \$!
 ! % / % (% ! A ! ! (% . +!
 + ! ! B C ! (% ! ! ! , ! +
 ! , !! # ! , # ! ! ! G ! ! . +!
 + ! ! B ! C
 , ! ! # # + ! ! . ! , ! !

!	!!	!	!		#	!	,	!	,	!	3													
!!	+		##	!		.	!		!	!	,													
!		0	)1	,	4,	!	,	!	+															
!		!!	/.	!		,	!!	!	,	!	..	+	,											
!	)			0	)1	!!	!		!	!	!	#	!	!										
.	,			.	/	!		!!		!!	, 0	#		,										
-	!		)1	;	4,	!!		,	!	..	,	!!	!!	!!	!	4,	+		)					
!		,	!	+	!		!	!	++	!		#	!		!	2	!							
		4,	!	0	)1		.	+	!	+	!	+			.	!	!		!!					
.		!		,	+	!		!		,	4,	!			?4,	!	0	)1		!!!	!			
!!		!		!	,	!	+	!!		!	+			!!	!!	!	#	!!	!!	!	!!	!	!!	!
.		..		+	!										!		!	+	,	!				

|

.

&

0 7 1

: ! 4,! 0 7 1 . ! ! .) ! ! ! |

. # ! ! + ! + , ! ! , + + + 2 # ! #

! ! + ! ! + .)

(% | (| % 0 \$1
 4,! 0 \$1 ! ! ,! ++ ! ! ! ! + #
 (% + , #! + 0)1! ! + -
 4,! 0 \$1! , 2 ! + ! ! ,! ++ ! + !
 \$ D 0: #, 1 !!! ! ,! + , 2 !
 , 0 \$ D 1 ! | ! ! ! ! +! .5 ,! !
 ! + ! ! #5 ,! ; + ! ! +! .5 ,!
 ! ! ! +! + #5 ,! ! #5 ,!
 ! ! ! , ! , ! ,# ! .
 ! , +! ! ! ! +! . / !
 ., ! .! ! ! + ! ! ! ! +
 (% | (| % 0 1
 . , , #0 1 0 1
 (% % % | (% 0 1
 . % | ! ! ! + ! ! ! ! + ! ! !
 0. . + ! ! ! / 1 (% ! !
 ! ! ! ! ! ! ,! ++ ! ! ! # ! ! !
 ! ! ! ! ! ! + ! ! ! ! ! ! !
 ! , ! +! ! ! + + ! ! ! ! , 4, ! +! . /
 . ., ! 2 ! . .! ++ ! !. ! ! ! ! +
 !!

(

. ! ! ! ! , ! . . 2 . ! ++ !. & &
, & ! ! , ! ! ! 5 ! ! , & 2 !
! ! ! . . , 4, ! ! ! ! ++ !. ! ! .
! ! ! . ! , ! ! ! ! + !, + ! ! + .
!, ! , ! ++ ! ! .
?4, ! 0 1 . ! ! ! ! ! ! ! + ! ! .!
! ! ! ! , ! 0 , ! ! ! + 9 ! ! ! , ! ! ! # +
! ! + ! ! ! ! # + 1 ! ! ! ! + !

. ! , ! 4,! . B C
! ! 4,!

, !/ ! + +

- - * + +{ }

0 \$1

.

- (| %) (| %

0 1

ī 0 71 ! ! / ! ! ! !

)

!!!! ,! +! !# ! 0 1 ! !! !!!5
! ! +! > # 4, ! , + !
! 2!!! ! ,! + . #! # !
! ! + ! ! !!
?4,! 0 1 ! !# , . , 0)1 0 1! !

— &! & (| % 0 1

.

&! & (| % &! & & ! & & ! ! & ! 0 1

! — — (| % 0 1

! — — (| % 0 1

! — " " — (| % 0 1

! " " — " " — (| % 0 +1

?4,! 0 1 . !!! !! ! ++ !. ! ! ,
! +! + ! ! ! ! 2 +! !!!5 !
! !
! 4, ! + ! A! +! ! +0 71 . / .
+ , 0 1 . ! ! ,! +! A! !!
! ' * . !! !. 4, !.

! ! + !! ! + ! ! , !! ! ,! !, ! + ! ! !
 , !! ! ! ! ! + ! !! ! . / ! , !!
 + !

, -\$.

6 , . / ! !! ! !, 2 ! !, ! . !
 ! !. ! !! # ! ! !, ! ! !

3 , - 2 ! ! 2 - . ! #
!! ! + ! ! , ! , + | ! !!! 2 !
+ + ! !! ! ! ! + 0) 1 + # + !!! #
! |

! # ! ,! , ! !!! !

(

, . ! ! 2 , ! ! ! ! , ++ ! , ! + !
#5 ,! . #! ! ! .! ! ! ! .5 ,!
?4,! 0 1 . + ! ! +! .5 ,! + ! ! ! + ! ! ,
!! 0 1 , #0) 1 ! ! ! + ! ! 2 . !!

! -!- 5 / 4 5 / 0 <1

3 , 4

! ! ! . 4,! 0 71 5 ! # ! ! ! . ,
!! ! ! ! ! ,!+ ! + !!! ! + ! @ ! ! +!
! ++ !
?4,! 0 71 / + ! !,! . ,! , !!
!!4, !! + !) .! ,!! ! 2 ! !
! : 2 ! !! ! +
- & 7 & 0 1
. 7 # ! 2 .!! , +! # + 7 ! + #
0 1
! ! # !5 + 0 1 + 0)<1 ! . !!!
!! 0 1 ! ! +! # ,! ! , !! #
+ ! + !!! !!!+ D ! + ! , ! ! ! + 7
! !! # ,! + ! ! +!

! ! ! ! + 0 1 !. ! !!! !
! &-^N . . ! ! 9,! ! ! ! ! &

& ! & & - ! ^N & ^N & 4 &

)

!, ! ! - + D 7 ! ! + D ; + #, < . !
 # ! , + - . ! # ,! 0!, 1 !!! .5
 ,! 0+ !1 !!! ! #+, ! + #, < .! !!!, ! #! !,
 !, ,! ! #/ !!! # ! !, !!! # ! , !
 .5 ,! 0+ !1 !!! ; ! !!!!! ! #/ . #! !!!, !!
 ! ! #! . . . ! ,! # ! #!
 ! 6 < < .! 5 ! +, ! 0# + ! !
 , 1+ - -^L + ! D 7 "D ; ! !
 !! - ! ++ ! !! -^L
 4, ! ! +! ,! ++ ! + 5+ - . . ! ! .!!!
 ! 4, ! !. ! !. ! , !!! , !, ! ! - .
 / %, ! 0 5 P 1 . ! ! ! #
 ! - -^L . , !!! ++ !
 !!!!! 2 ! ! #+ 5+ ! 5 #! . !! -
 + -^L , !!! + ! ! 5 #! . # ! # ! ! #
 / ++ #, < 2 + ! ,! #5 ,! 0!, 1 !!!
 0?4, 1 . + #, 7 Q # 4, ! 0 \$1 . , ! # .5
 ,! 0+ !1 !!! + ! D + !!! . + #, 7 . + #,
 7 ! ! ! + ! !, !! - # ! .5 ,! + ! !!! + 4, ! 0 71
 , #!

+ ! ! ! + ,!
+ ! + ! ! # / +
\$!, ! ! # / 0

0!, ! 1 +! , + # +
! !. . + #,

!%, ! # !. ! !. !! !
 ! , ! ! ! 4, : ! .
 ! # ! ! ! !
 ,! ! ! ! + !!! !
 + !!! ! ! !,!! 4, +

! . !
 .!!! ! !
 ! !,!!! !
 , ! + ! ++ ! !

! !,!, ! ! 2 +! ! +! !, !, !!

\$

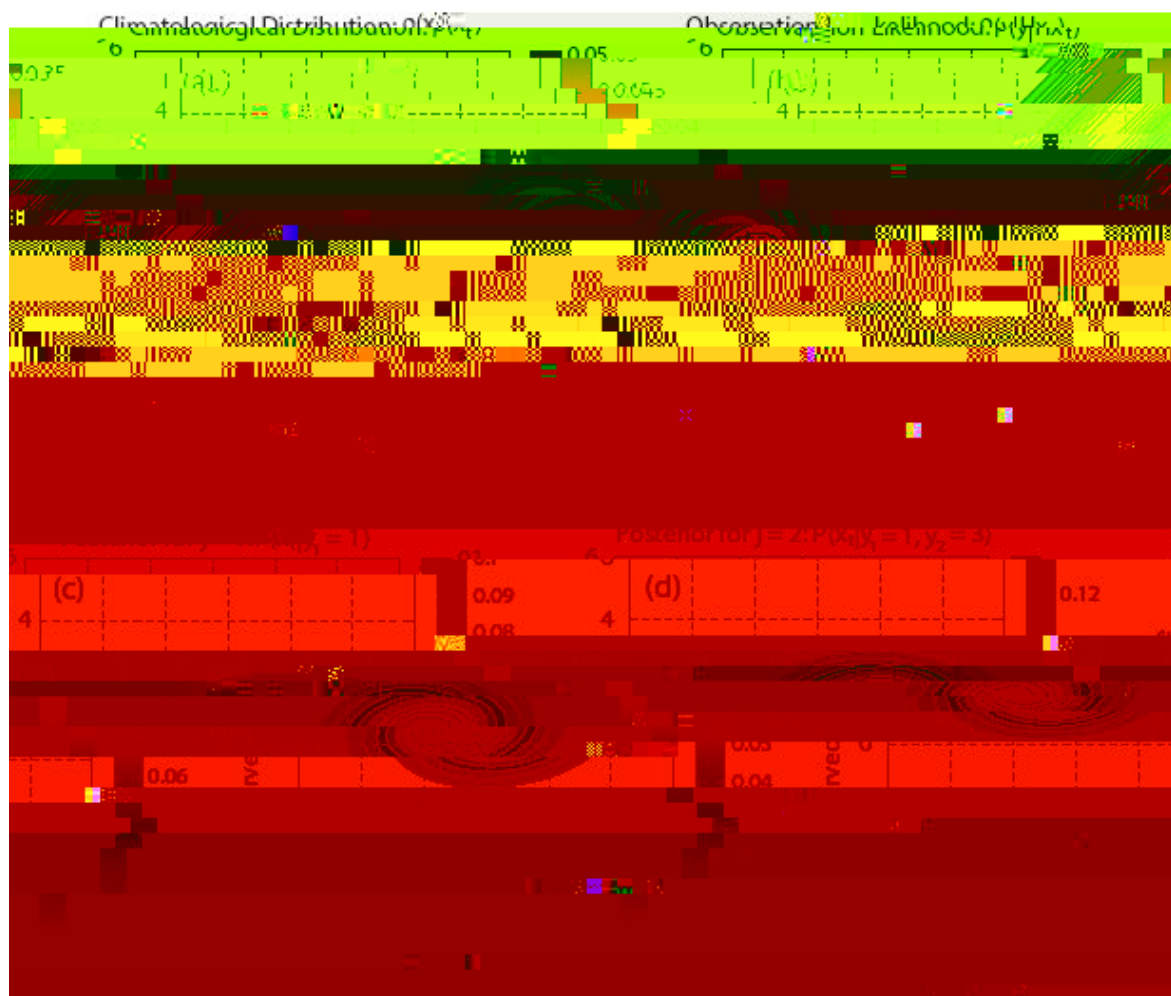
$$! + !!!, + 0)1 + + !, + ,! +! +$$

$$\mathbb{R}^{-2^N} = 0 \ 1$$

.

$$-2^N \quad / \quad /$$

: ! !, , ! + ! ! 0+ %+ +
+ + ,1 () 5(
: + ! + S! ,! @ + , . ! ! !!! 0+
%+ + + + ,? 5(
% . (\$, + , !, ! ! ! ! 0"=&1 9 !
. ! + ! # %+ ## +)5
% , % ' : O ((7 " ! 2 ' ,!! 8 / Q !
6 7 \$ #
? !! ! ! + ! , # 2
! ! +1 + + , @) < \$ 5) <
- : ') & 4 , ! !, !
! ! 4 , > 4 , ! + ! # # ! +1 +
1 < 7 5 < \$)
8 % " 8 " / ! ? & ; , # ! ! , #
3 . ! !. ; ! T & ! ! , . !
! +1 + + 1 (5 ((7
. ! 6 M # (7 ! ! ! ! , ! , + ! 5 # + !
! + ! 6 ! ; . + ! , A 5) 7
8 9 & ? ' 7 ! ! + ! , ! ,
! ! ! +1 + + , 1 (5 (3 T f 1.006 () 3.07363 (!)] T J - 232.071 - 13 >

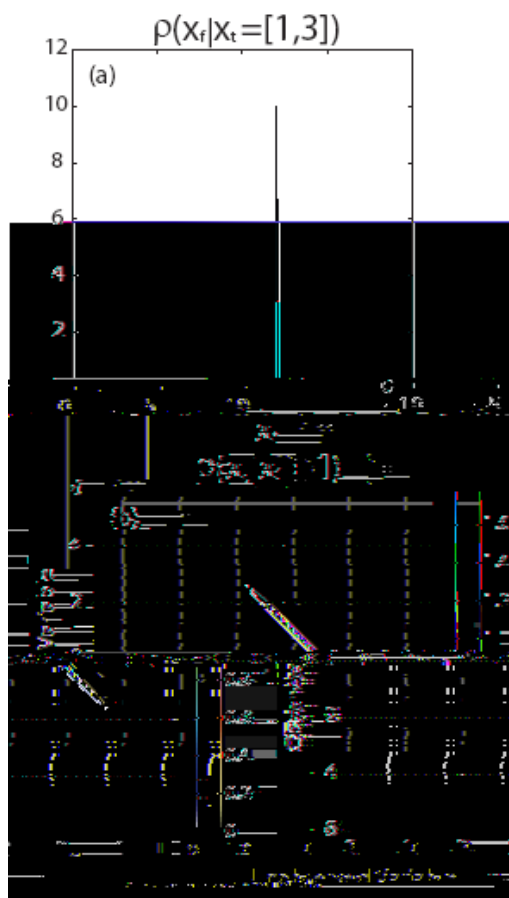


) ! ! ! # 5 ,! 0!, 1 !! ! 0 1 # 5 ,!
 ! # ! ,! 0 1 # 5 ,! ! / 0 1 # 5 ,!
 ! + \$D 0 1 # 5 ,! ! + \$D

)

)

)



) , ! ; 0 1 ! ! # ! ! ,!
 ++ ! ! ! # ! ! ! ! , ! ! ! 0) 1 0 1 !
 ! # ! ! , ! + ! , ! ! # ! ! ! + ! ! ! ! 0 ' 1

)

) 1 ! ! ! .5 ,! 0+ !1 !! ! .5 ,! 1
! / 1 ! # ! ! ,! + \$5

))

)

)<

) ? %, & ! # ; 0 1 ! 5 !	+ , ! , !
# 5 , ! 0 ! , 1 ! " D <	7 . 5 , ! 0 + ! 1
# ! " D 7 . 5 , ! 0 + ! 1	; 0 1 , +
! ! ! 2 + " D < 7 0 1 " D 7 0 #	1 ; 0 1 0 1 . !
! + ! ! + " D < 7 " D 7	! , ! !!
0 -	